泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学单元考（4）试卷

命题人：杜成北　赖呈杰　20201008

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 若 $z=1+2i+i^3$，则 $|z|=$（　　）

A. 0　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

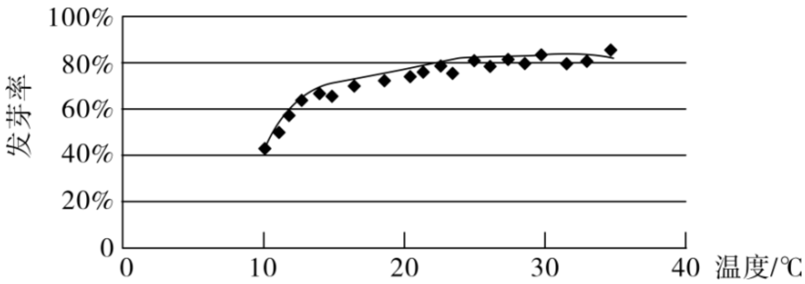
2. 已知直线 l 过点 $(\sqrt{3},-2)$ 和 $(0,1)$，则直线 l 的倾斜角大小为（　　）

A. 150°　　B. 120°　　C. 60°　　D. 30°

3. 已知方程 $x^2+y^2+2x-y+m=0$ 表示圆，则实数 m 的取值范围是（　　）

A. $m>\frac{5}{4}$　　B. $m>-\frac{5}{4}$　　C. $m<\frac{5}{4}$　　D. $m<-\frac{5}{4}$

4. 某校一个课外学习小组为研究某作物种子的发芽率 y 和温度 x（单位：$^\circ C$）的关系，在 20 个不同的温度条件下进行种子发芽实验，由实验数据 $(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,20)$ 得到下面的散点图：



由此散点图，在 $10^\circ C$ 至 $40^\circ C$ 之间，下面四个回归方程类型中最适宜作为发芽率 y 和温度 x 的回归方程类型的是（　　）

A. $y=a+bx$　　B. $y=a+bx^2$　　C. $y=a+be^x$　　D. $y=a+b\ln x$

5. 已知空间中不过同一点的三条直线 m,n,l，则“m,n,l 在同一平面”是“m,n,l 两两相交”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 经过点 $M(1,1)$ 且在两坐标轴上截距相等的直线是（　　）

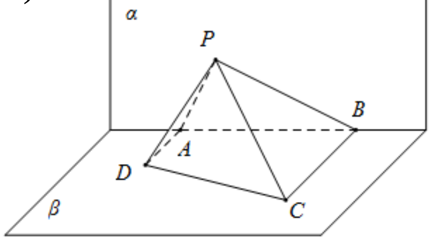
A. $x+y=2$　　B. $x+y=1$　　C. $x+y=2$ 或 $y=x$　　D. $x=1$ 或 $y=1$

7. 若直线 $x+y-m=0$ 与曲线 $y=2-\sqrt{-x(x+2)}$ 没有公共点，则实数 m 所的取值范围是（　　）

A. $[1-\sqrt{2},2]$　　B. $(-\infty,1-\sqrt{2})\cup(2,+\infty)$

C. $[1-\sqrt{2},1+\sqrt{2}]$　　D. $(-\infty,1-\sqrt{2})\cup(1+\sqrt{2},+\infty)$

8. 如图，已知平面 $\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=l$，A,B 是直线 l 上的两点，C,D 是平面 β 内的两点，且 $DA\perp l$，$CB\perp l$，$AD=3$，$AB=6$，$CB=6$. P 是平面 α 上的一动点，且直线 PD，PC 与平面 α 所成角相等，则二面角 $P-BC-D$ 的余弦值的最小值是（　　）



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9. 下列说法不正确的是（　　）

A. $\dfrac{y-y_1}{x-x_1}=k$ 不能表示过点 $M(x_1,y_1)$ 且斜率为 k 的直线方程；

B. 在 x 轴、y 轴上的截距分别为 a,b 的直线方程为 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$；

C. 直线 $y=kx+b$ 与 y 轴的交点到原点的距离为 b；

D. 平面内的所有直线的方程都可以用斜截式来表示.

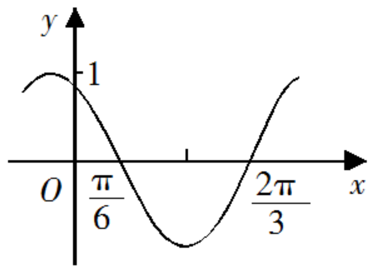
10. 对于 ΔABC，有如下判断，其中正确的判断是（　　）

A. 若 $\sin 2A=\sin 2B$，则 ΔABC 为等腰三角形

B. 若 $A>B$，则 $\sin A>\sin B$

C. 若 $a=8$，$c=10$，$B=60^\circ$，则符合条件的 ΔABC 有两个

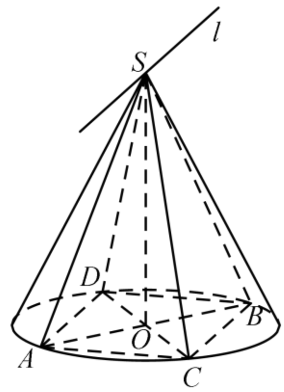
D. 若 $\sin^2 A+\sin^2 B<\sin^2 C$，则 ΔABC 是钝角三角形



11. 下图是函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图象，则 $\sin(\omega x+\varphi)=$（　　）

A. $\sin(x+\dfrac{\pi}{3})$　　　　B. $\sin(\dfrac{\pi}{3}-2x)$

C. $\cos(2x+\dfrac{\pi}{6})$　　　　D. $\cos(\dfrac{5\pi}{6}-2x)$



12. 如图，已知圆锥的顶点为 S，底面圆 O 的两条直径分别为 AB 和 CD，且 $AB\perp CD$，若平面 $SAD\cap$ 平面 $SBC=l$，以下四个结论中正确的是（　　）

A. $AD//$ 平面 SBC

B. $l//AD$

C. 若 E 是底面圆周上的动点，则 $\triangle SAE$ 的最大面积等于 $\triangle SAB$ 的面积

D. l 与平面 SCD 所成的角为 45°

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 设 $\vec{a},\vec{b}$ 为单位向量，且 $|\vec{a}+\vec{b}|=1$，则向量 $\vec{a},\vec{b}$ 的夹角为________；$|\vec{a}-\vec{b}|=$______.

14. 已知甲、乙两球落入盒子的概率分别为 $\dfrac{1}{2}$ 和 $\dfrac{1}{3}$. 假定两球是否落入盒子互不影响，则甲、乙两球都落入盒子的概率为_________；甲、乙两球至少有一个落入盒子的概率为_________.

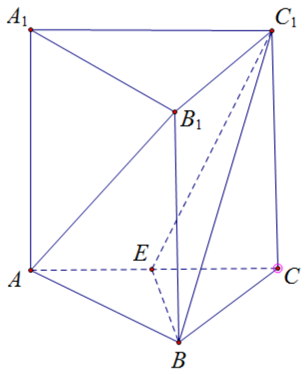
15. 将一张坐标纸折叠一次，使点 $(10,0)$ 与点 $(-6,8)$ 重合，

则折痕所在的直线方程为__________；与点 $(-4,2)$ 重合的点的坐标是__________.

16. 已知直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长均为 2，$\angle BAD=60^\circ$. 以 D_1 为球心，$\sqrt{5}$ 为半径的球面与侧面 BCC_1B_1 的交线长为________.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

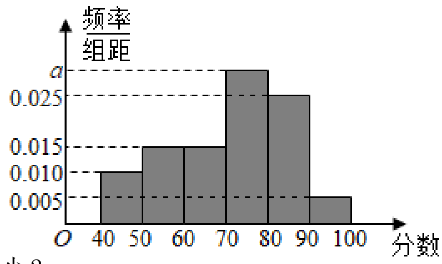
17.（本小题满分 10 分）如图，正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，E 为 AC 的中点．



（Ⅰ）求证：$AB_1//$ 平面 BEC_1；

（Ⅱ）若 $BB_1=BA$，求异面直线 AB_1 与 EC_1 所成角的余弦值.

18.（本小题满分 12 分）某校从高二年级学生中随机抽取 60 名学生，将期中考试的政治成绩（均为整数）分成六段：$[40,50),[50,60),[60,70),\cdots[90,100]$ 后得到如下频率分布直方图.



（Ⅰ）根据频率分布直方图，分别求 a，众数，中位数；

（Ⅱ）估计该校高二年级学生期中考试政治成绩的平均分；

（Ⅲ）用分层抽样的方法在各分数段的学生中抽取一个容量 20 的样本，再从 $[80,100]$ 分数段中抽取两人，则两人成绩都在 $[80,90)$ 的概率是多少？

19.（本小题满分 12 分）$\triangle ABC$ 中，$\sin^2 A-\sin^2 B-\sin^2 C=\sin B\sin C$．

（Ⅰ）求 A；

（Ⅱ）若 $BC=3$，求 $\triangle ABC$ 周长的最大值.

20.（本小题满分 12 分）已知圆C经过$A(5,3)$，$B(4,4)$两点，且圆心在x轴上.

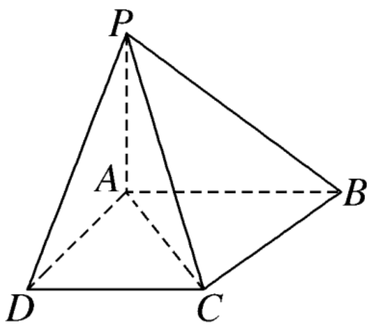
（Ⅰ）求圆C的标准方程；

（Ⅱ）若直线l过点$(5,2)$，且被圆C所截得的弦长为6，求直线l的方程.

21.（本小题满分 12 分）如图，四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$底面$ABCD$，$AB//CD$，$AD=CD=1$，$\angle BAD=120^\circ$，$\angle BCA=90^\circ$.

（Ⅰ）求证：$BC\perp$平面PAC；

（Ⅱ）若平面PCD与平面PAC所成角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，求点A到平面PBC的距离.



22.（本小题满分 12 分）已知一条动直线$3(m+1)x+(m-1)y-6m-2=0$.

（Ⅰ）求证：直线恒过定点，并求出定点P的坐标；

（Ⅱ）若直线与x,y轴的正半轴分别交于A,B两点，O为坐标原点，是否存在直线满足下列条件：①ΔAOB的周长为12；②ΔAOB的面积为6，若存在，求出方程；若不存在，请说明理由.

（Ⅲ）若直线与x,y轴的正半轴分别交于A,B两点，当$PA+\dfrac{3}{2}PB$取最小值时，求直线的方程.

泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学单元考（4）试卷参考答案

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

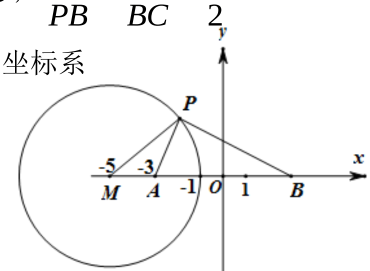
1-4：CBCD　　5-8：BCBA

8.【解析】$\because DA\perp l$，$\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=l$，$AD\subset\beta$　$\therefore AD\perp\alpha$，同理 $BC\perp\alpha$

$\therefore\angle DPA$ 为直线 PD 与平面 α 所成的角，$\angle CPB$ 为直线 PC 与平面 α 所成的角

$\therefore\angle DPA=\angle CPB$，又 $\angle DAP=\angle CBP=90^\circ$　$\therefore\triangle DAP\sim\triangle CPB$，$\dfrac{PA}{PB}=\dfrac{DA}{BC}=\dfrac{1}{2}$

在平面 α 内，以 AB 为 x 轴，以 AB 的中垂线为 y 轴建立平面直角坐标系



则 $A(-3,0)$，$B(3,0)$，设 $P(x,\ y)(y>0)$

$\therefore 2\sqrt{(x+3)^2+y^2}=\sqrt{(x-3)^2+y^2}$ 即 $(x+5)^2+y^2=16$

$\therefore P$ 在 α 内的轨迹为 $M(-5,0)$ 为圆心，以 4 为半径的上半圆

$\because$ 平面 $PBC\cap$ 平面 $\beta=BC$，$PB\perp BC$，$AB\perp BC$　$\therefore\angle PBA$ 为二面角 $P-BC-D$ 的平面角，

$\therefore$ 当 PB 与圆相切时，$\angle PBA$ 最大，$\cos\angle PBA$ 取得最小值

此时 $PM=4,\ MB=8,\ MP\perp PB,\ PB=4\sqrt{3}$，$\cos\angle PBA=\dfrac{PB}{MB}=\dfrac{4\sqrt{3}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9. BCD　10. BD　11. BC　12. ABD

12.【解析】已知圆锥的顶点为 S，底面圆 O 的两条直径分别为 AB 和 CD，且 $AB\perp CD$，

若平面 $SAD\bigcap$ 平面 $SBC=l$，所以 $ABCD$ 是正方形．所以 $AD//BC$，$BC\subset$ 平面 SBC，

所以 $AD//$ 平面 SBC；A 正确；

因为 l，$AD\subset$ 平面 SAD，l，$BC\subset$ 平面 SBC，$AD//$ 平面 SBC，所以 $l//AD$；B 正确；

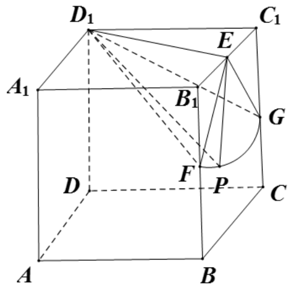
若 E 是底面圆周上的动点，当 $\angle ASB\le 90^\circ$ 时，则 ΔSAE 的最大面积等于 ΔSAB 的面积；

当 $\angle ASB>90^\circ$ 时，ΔSAE 的最大面积等于两条母线的夹角为 90° 的截面三角形的面积，所以 C 不正确；

因为 $l//AD$，l 与平面 SCD 所成的角就是 AD 与平面所成角，就是 $\angle ADC=45^\circ$．所以 D 正确.

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 120°；$\sqrt{3}$　　14. $\dfrac{1}{6}$；$\dfrac{2}{3}$　　15. $2x-y=0$；$(4,-2)$　　16. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi$



16.【解析】如图：取 B_1C_1 的中点为 E，BB_1 的中点为 F，CC_1 的中点为 G，

因为 $\angle BAD=60^\circ$，直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长均为 2，

所以△ $D_1B_1C_1$ 为等边三角形，所以 $D_1E=\sqrt{3}$，$D_1E\perp B_1C_1$，

又四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为直四棱柱，

所以 $BB_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$，所以 $BB_1\perp B_1C_1$，因为 $BB_1\bigcap B_1C_1=B_1$，所以 $D_1E\perp$ 侧面 B_1C_1CB，

设 P 为侧面 B_1C_1CB 与球面的交线上的点，则 $D_1E\perp EP$，

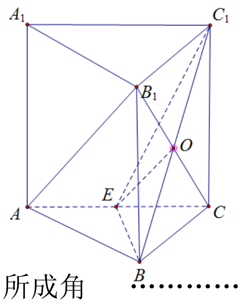
因为球的半径为 $\sqrt{5}$，$D_1E=\sqrt{3}$，所以 $|EP|=\sqrt{|D_1P|^2-|D_1E|^2}=\sqrt{5-3}=\sqrt{2}$，

所以侧面 B_1C_1CB 与球面的交线上的点到 E 的距离为 $\sqrt{2}$，

因为 $|EF|=|EG|=\sqrt{2}$，所以侧面 B_1C_1CB 与球面的交线是扇形 EFG 的弧 FG，

因为 $\angle B_1EF=\angle C_1EG=\dfrac{\pi}{4}$，所以 $\angle FEG=\dfrac{\pi}{2}$，所以根据弧长公式可得 $FG=\dfrac{\pi}{2}\times\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi$．

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）



17. 解：（Ⅰ）如图所示：连接 $B_1C, B_1C\cap BC_1=O$

因为 E,O 为中点，所以 $AB_1//EO$，……………………………2 分

又因为 $AB_1\not\subset$ 平面 BEC_1， $EO\subset$ 平面 BEC_1

所以 $AB_1//$ 平面 BEC_1；……………………………4 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $AB_1//EO$，所以 $\angle C_1EO$ 或其补角为异面直线 AB_1 与 EC_1 所成角 …………6 分

设 $BB_1=BA=a$， $C_1B=\sqrt{2}a$， $C_1O=\dfrac{1}{2}C_1B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$， $C_1E=\sqrt{C_1C^2-CE^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}a$

因为三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 是正三棱柱，所以 $BE\perp$ 平面 AA_1C_1C

在 $Rt\triangle BEC_1$ 中， $EO=\dfrac{1}{2}C_1B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$ ……………………………8 分

在 $\triangle OEC_1$ 中， $\cos\angle C_1EO=\dfrac{C_1E^2+EO^2-C_1O^2}{2\times C_1E\times EO}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$

所以异面直线 AB_1 与 EC_1 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$． ……………………………10 分

法二：以 E 为原点， EB,EC 所在的直线分别为 x,y 轴建立空间直角坐标系，不妨设 $BB_1=BA=2$

则 $E(0,0,0), A(0,-1,0), B_1(\sqrt{3},0,2), C_1(0,1,2)$ ……………………………5 分

所以 $\overrightarrow{EC_1}=(0,1,2)$， $\overrightarrow{AB_1}=(\sqrt{3},1,2)$ ……………………………7 分

所以 $\cos<\overrightarrow{EC_1},\overrightarrow{AB_1}>=\dfrac{5}{\sqrt{5}\times\sqrt{8}}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$ ……………………………9 分

所以异面直线 AB_1 与 EC_1 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$． ……………………………10 分

18. 解：（Ⅰ）由题意得 $(0.01+0.015\times2+a+0.025+0.005)\times10=1$，解得 $a=0.03$；…………………2 分

根据频率分布直方图可知 $[70,80)$ 分数段的频率最高，因此众数为 75； …………………3 分

又由频率分布直方图可知：$[40,70)$ 分数段的频率为 $0.1+0.15+0.15=0.4$，

因为 $[70,80)$ 分数段的频率为 0.3，所以中位数为 $70+\dfrac{1}{3}\times10=\dfrac{220}{3}$． …………………5 分

（Ⅱ）由题中数据可得，该校高二年级学生政治成绩的平均分估计为：

$(45\times0.01+55\times0.015+65\times0.015+75\times0.03+85\times0.025+95\times0.005)\times10=71$；……………7 分

（Ⅲ）由总体共 60 名学生，样本容量为 20，所以抽样比为 $\dfrac{20}{60}=\dfrac{1}{3}$；

所以 $[80,90),[90,100]$ 分数段分别抽取 5 人和 1 人， 分别记为 a,b,c,d,e 和 A ……………………8 分

则所有等可能的基本事件有：$\{a,b\}$，$\{a,c\}$，$\{a,d\}$，$\{a,e\}$，$\{a,A\}$，$\{b,c\}$，$\{b,d\}$，$\{b,e\}$，$\{b,A\}$，$\{c,d\}$，$\{c,e\}$，$\{c,A\}$，$\{d,e\}$，$\{d,A\}$，$\{e,A\}$ 共 15 个 ……10 分

记事件 M 为“两人成绩都在 $[80,90)$”，则 $n_M=10$， $P(M)=\dfrac{C_5^2}{C_6^2}=\dfrac{10}{15}=\dfrac{2}{3}$ ……………12 分

19. 解：（Ⅰ）由正弦定理可得： $BC^2-AC^2-AB^2=AC\cdot AB$， …………2 分

$\therefore\cos A=\dfrac{AC^2+AB^2-BC^2}{2AC\cdot AB}=-\dfrac{1}{2}$， ……………………………4 分

$\because A\in(0,\pi)$，$\therefore A=\dfrac{2\pi}{3}$（没有交代范围扣 1 分） ……………………………6 分

（Ⅱ）由余弦定理得：$BC^2=AC^2+AB^2-2AC\cdot AB\cos A=AC^2+AB^2+AC\cdot AB=9$，

即$\left(AC+AB\right)^2-AC\cdot AB=9$． ……………………………8 分

$\because AC\cdot AB\le\left(\dfrac{AC+AB}{2}\right)^2$（当且仅当$AC=AB$时取等号），

$\therefore 9=\left(AC+AB\right)^2-AC\cdot AB\ge\left(AC+AB\right)^2-\left(\dfrac{AC+AB}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}\left(AC+AB\right)^2$，

解得$AC+AB\le2\sqrt{3}$（当且仅当$AC=AB$时取等号），（取等条件没给扣 1 分）…………11 分

$\therefore\triangle ABC$周长$L=AC+AB+BC\le3+2\sqrt{3}$，$\therefore\triangle ABC$周长的最大值为$3+2\sqrt{3}$． ………12 分

20. 解：（Ⅰ）因为圆心在x轴上，所以可设圆的方程为$(x-a)^2+y^2=r^2(r>0)$． ………………………1 分

因为圆C经过$A(5,3)$，$B(4,4)$两点，所以$\begin{cases}(5-a)^2+3^2=r^2\\(4-a)^2+4^2=r^2\end{cases}$ ……………………………3 分

解得$a=1$，$r=5$． ……………………………5 分

故圆C的标准方程是$(x-1)^2+y^2=25$． ……………………………6 分

（Ⅱ）因为直线l被圆C所截得的弦长为6，所以圆C的圆心到直线l的距离$d=\sqrt{25-9}=4$． …7 分

①当直线l的斜率不存在时，因为直线l过点$\left(5,2\right)$，

所以直线l的方程为$x=5$，所以圆C的圆心到直线l的距离$d=5-1=4$，符合题意；……8 分

②当直线l的斜率存在时，可设出直线l的方程为$y-2=k(x-5)$，即$kx-y-5k+2=0$，…9 分

则圆C的圆心到直线l的距离$d=\dfrac{|k-0-5k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=4$，解得$k=-\dfrac{3}{4}$， ……………………………11 分

故直线l的方程为$3x+4y-23=0$．

综上，直线l的方程为$x=5$或$3x+4y-23=0$． ……………………………12 分

21. 解：（Ⅰ）$\because PA\perp$底面$ABCD$，$BC\subset$平面$ABCD$，$\therefore PA\perp BC$， ……………………………1 分

$\because\angle BCA=90^\circ$，$\therefore BC\perp CA$， ……………………………2 分

又$PA\cap AC=A$，$\therefore BC\perp$平面PAC．（没有交代相交扣 1 分） ………………………4 分

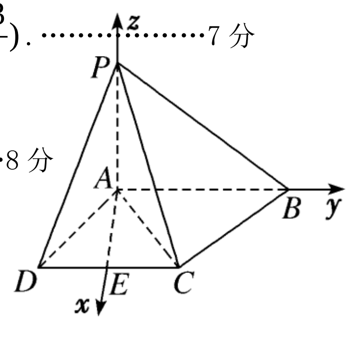
（Ⅱ）设$PA=h$，取CD的中点E，则$AE\perp CD$，$\therefore AE\perp AB$．

又$PA\perp$底面$ABCD$，故以A为原点，AE,AB,AP所在直线分别为x,y,z轴建立空间直角坐标系，

则$A(0,0,0),P(0,0,h),C(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2},0),D(\dfrac{\sqrt{3}}{2},-\dfrac{1}{2},0),B(0,2,0)$ ……………………………5 分

$\overrightarrow{PC}=(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2},-h)$，$\overrightarrow{DC}=(0,1,0)$，设平面$PDC$的法向量$\vec{n}=(x_1,y_1,z_1)$，

则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0\\\vec{n}\cdot\overrightarrow{DC}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3}}{2}x_1+\dfrac{1}{2}y_1-hz_1=0\\y_1=0\end{cases}$ 取$x_1=h$，$\therefore\vec{n}=(h,0,\dfrac{\sqrt{3}}{2})$． ………………7 分



由（Ⅰ）知平面PAC的一个法向量为$\overrightarrow{BC}=(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{3}{2},0)$ …………………8 分

$\therefore |\cos<\vec{n},\overrightarrow{BC}>|=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}h}{\sqrt{h^2+\frac{3}{4}}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，解得 $h=\sqrt{3}$，………………9 分

同理可求得平面 PBC 的一个法向量 $\vec{m}=(3,\sqrt{3},2)$，……………………10 分

所以点 A 到平面 PBC 的距离 $d=\dfrac{|\overrightarrow{AP}\cdot\vec{m}|}{\vec{m}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. ……………………………12 分

22. 解：（Ⅰ）依题意直线方程为 $3(m+1)x+(m-1)y-6m-2=0$，

即 $3mx+3x+my-y-6m-2=0$，即 $(3x+y-6)m+3x-y-2=0$，

所以由 $\begin{cases}3x+y-6=0\\3x-y-2=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=\dfrac{4}{3}\\y=2\end{cases}$，故直线过定点 $P\left(\dfrac{4}{3},2\right)$. ……………………………3 分

（Ⅱ）依题意设直线方程为 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1(a>0,b>0)$，将 $P\left(\dfrac{4}{3},2\right)$ 代入得 $\dfrac{4}{3a}+\dfrac{2}{b}=1$①.

则 $A(a,0),B(0,b)$，则 $\begin{cases}a+b+\sqrt{a^2+b^2}=12\\\dfrac{1}{2}ab=6\end{cases}$，……………………………5 分

解得 $\begin{cases}a=3\\b=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=4\\b=3\end{cases}$. 其中 $\begin{cases}a=3\\b=4\end{cases}$ 不满足①，$\begin{cases}a=4\\b=3\end{cases}$ 满足①.

所以存在直线 $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}=1$，即 $3x+4y-12=0$ 满足条件. ……………………………7 分

（Ⅲ）由（Ⅰ）知直线过定点 $P\left(\dfrac{4}{3},2\right)$，而若直线与 x,y 轴的正半轴分别交于 A,B 两点，

所以直线的倾斜角 $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，所以 $PA=\dfrac{2}{\sin\alpha},PB=-\dfrac{4}{3\cos\alpha}$，

所以 $PA+\dfrac{3}{2}PB=\dfrac{2}{\sin\alpha}-\dfrac{3}{2}\times\dfrac{4}{3\cos\alpha}=\dfrac{2}{\sin\alpha}-\dfrac{2}{\cos\alpha}=2\times\dfrac{\cos\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}$②，……………8 分

令 $t=\cos\alpha-\sin\alpha=\sqrt{2}\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$，

由于 $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，所以 $\alpha+\dfrac{\pi}{4}\in\left(\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{5\pi}{4}\right)$，所以 $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)\in\left[-1,-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$，

所以 $t=\sqrt{2}\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)\in\left[-\sqrt{2},-1\right)$. 则②可化为 $PA+\dfrac{3}{2}PB=2\times\dfrac{t}{\frac{1-t^2}{2}}=\dfrac{4}{\frac{1}{t}-t}$，…………10 分

由于 $y=\dfrac{1}{t}-t$ 在 $\left[-\sqrt{2},-1\right)$ 上为减函数，所以 $\dfrac{4}{\frac{1}{t}-t}$ 在 $\left[-\sqrt{2},-1\right)$ 上为增函数，

故当 $t=-\sqrt{2}$，即 $\alpha=\dfrac{3\pi}{4}$ 时，$PA+\dfrac{3}{2}PB$ 取得最小值为 $\dfrac{4}{\frac{1}{-\sqrt{2}}+\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$.

此时直线方程为 $y-2=\tan\dfrac{3\pi}{4}\times\left(x-\dfrac{4}{3}\right)$ 即 $y=-x+\dfrac{10}{3}$，即 $3x+3y-10=0$. …………12 分